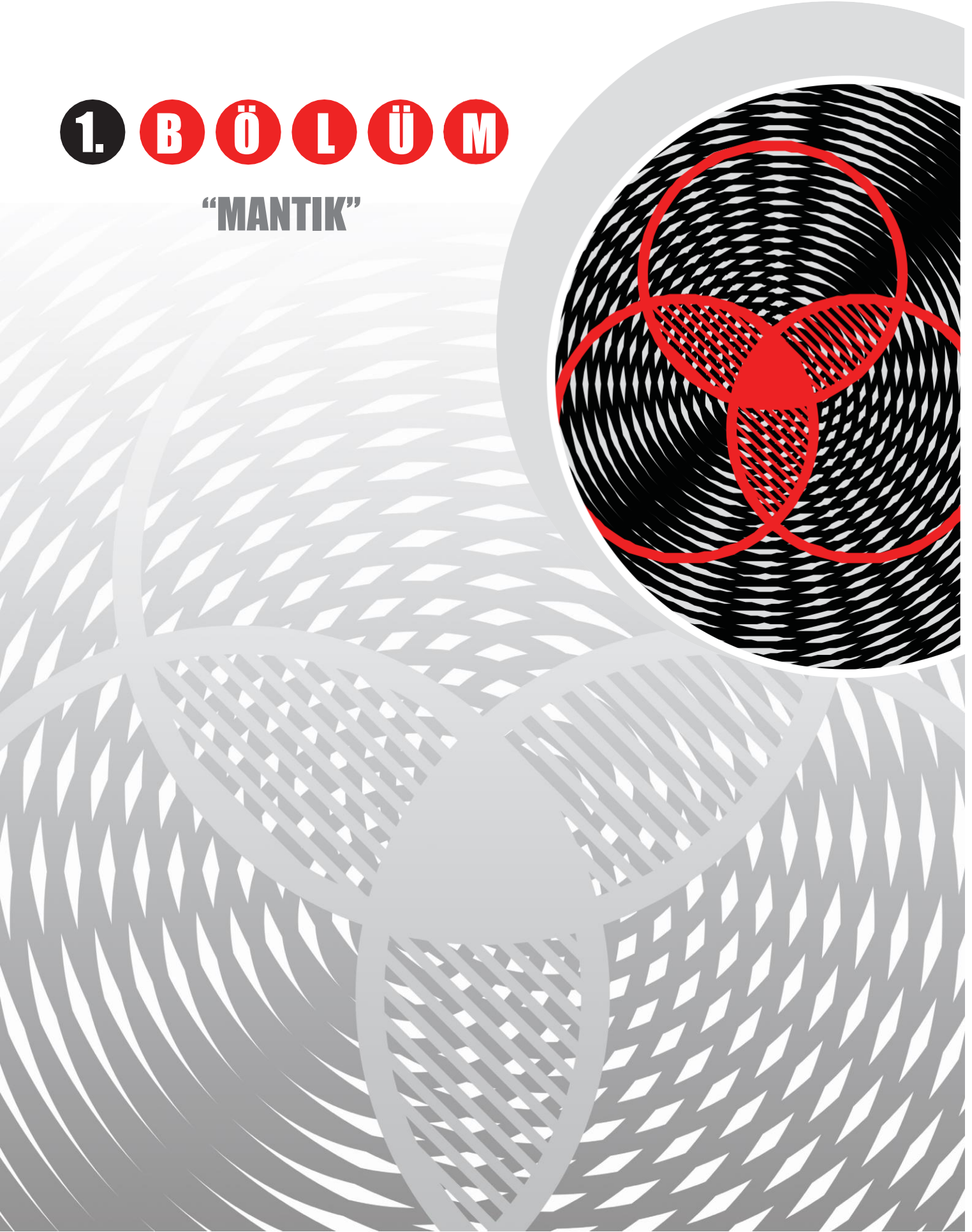


1. BÖLÜM

“MANTIK”



ÖNERME

Doğru ya da yanlış kesin hüküm bildiren ifadelere **önerme** denir. Önermeler p, q, r, s, t, ... gibi harflerle gösterilir.

Önermenin belirttiği hüküm itibariyle doğru ya da yanlış olmasına önermenin **doğruluk değeri** denir. Bir önerme doğru bir hüküm belirtiyorsa böyle önermelere **doğru önerme** denir. D veya 1 ile gösterilir. Eğer önerme belirttiği hüküm itibariyle yanlış bir hüküm belirtiyorsa böyle önermelere **yanlış önerme** denir. Y veya 0 ile gösterilir.

- Birbirinden farklı n tane önermenin 2^n tane doğruluk değeri vardır.

Örnek:

Aşağıdakilerden hangisi önermedir?

- A) Bugün hava nasıl?
- B) Orkide güzel bir çiçektir.
- C) 3 tek sayıdır.
- D) Bugün hava güzel.
- E) Yeşil rengi severim.

Örnek:

p: "Bir üçgenin iç açılarının toplamı 180° dir."

q: "12! sayısının sondan üç basamağı 0'dır."

r: "2, en küçük asal sayıdır."

Yukarıda verilen önermelerden hangilerinin doğruluk değeri "1" dir?

- A) Yalnız p
- B) Yalnız q
- C) p ve q
- D) p ve r
- E) p, q ve r

Denk Önermeler

Doğruluk değeri aynı olan önermelere denk önermeler denir. p ve q önermeleri denk ise $p \equiv q$ şeklinde gösterilir.

Bir Önermenin Olumsuzu (Değili)

Bir önermenin belirttiği hükmü olumsuz yaptığımızda elde ettiğimiz yeni önermeye baştaki önermenin **değili (olumsuzu)** denir.

p önermesinin değili p' ile gösterilir.

- $(p')' = p$ dir.

Örnek:

p: "Ankara Türkiye'nin başkentidir."

q: "0 bir rakam değildir."

r: "Bir dakika 60 saniyedir."

Yukarıda verilen önermelerin olumsuzlarının doğruluk değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 0, 0
- B) 1, 0, 1
- C) 0, 1, 0
- D) 1, 1, 0
- E) 0, 0, 1

Bileşik Önermeler

İki veya daha çok önermenin "ve", "veya", "ya da", "ise" ve "ancak ve ancak" gibi matematiksel bağlaçlar ile bağlanması sonucu elde edilen yeni önermelere bileşik önerme denir.

Veya Bağlacı (V)

p veya q önermesi $p \vee q$ şeklinde gösterilir. Önermelerin her ikisi de yanlışken yanlış, diğer durumlarda doğru olan bileşik önermeler veya bağlacı ile yapılan bileşik önermelerdir.

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Ve Bağlacı (\wedge)

p ve q önermesi $p \wedge q$ şeklinde gösterilir. Önermelerin her ikisi de doğru iken doğruluk değeri 1, diğer tüm durumlarda doğruluk değeri 0 olan bileşik önermeler ve bağlacı ile yapılan önermelerdir.

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

“ V ” ve “ \wedge ” Bağlaçlarının Özellikleri

- Tek Kuvvet Özelliği
 $p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$
- Değişme Özelliği
 $p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$
- Birleşme Özelliği
 $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
 $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$
- Dağılma Özelliği
 $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
 $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- De Morgan Kuralı
 $(p \vee q)' \equiv (p' \wedge q')$
 $(p \wedge q)' \equiv (p' \vee q')$
- Diğer Özellikler
 $p \vee 1 \equiv 1$ $p \wedge 1 \equiv p$
 $p \vee 0 \equiv p$ $p \wedge 0 \equiv 0$
 $p \vee p' \equiv 1$ $p \wedge p' \equiv 0$

Örnek:

$$[(p' \wedge q)' \wedge p'] \vee q$$

bileşik önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) q B) p C) 1 D) $p \wedge q'$ E) $p' \wedge q$

Ya Da Bağlacı (\vee)

p ve q önermelerinin ya da bağlacı ile bağlanması ile “ p ya da q ” bileşik önermesi elde edilir. $p \vee q$ şeklinde gösterilir.

p ile q önermelerinin her ikisinin de doğruluk değeri aynı ise $p \vee q$ bileşik önermesinin doğruluk değeri 0, p ile q önermelerinin doğruluk değerleri farklı ise $p \vee q$ önermesinin doğruluk değeri 1'dir.

p	q	$p \vee q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Örnek:

$$(p \vee q) \vee (p' \vee q')$$

bileşik önermesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir? (Tablo yardımı ile yapınız.)

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) p

Koşulu Önerme (İse Bağlacı) (\Rightarrow)

p ile q önermelerinin “ise bağlacı” ile birbirlerine bağlanması ile elde edilen önermeye **koşulu önerme** denir. $p \Rightarrow q$ şeklinde gösterilir.

“İse” bağlacı ile yapılan önermeler; birinci önerme doğru, ikinci önerme yanlışken doğruluk değeri “0” diğer durumlarda doğruluk değeri “1” olan önermelerdir.

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

- $p \Rightarrow q$ önermesine p önermesine **hipotez**, q önermesine **hüküm** denir. Ayrıca p önermesi q önermesi için yeter koşul, q önermesi p önermesi için gerek koşuldur.
- $p \Rightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri “1” ise bu önermeye **gerektirme** denir.

Koşullu Önermenin Özellikleri

- $p \Rightarrow q \equiv 1$
- $p \Rightarrow p' \equiv p'$
- $1 \Rightarrow p \equiv p$
- $p \Rightarrow 1 \equiv 1$
- $0 \Rightarrow p \equiv 1$
- $p \Rightarrow 0 \equiv p'$
- $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$

Örnek:

$$p' \Rightarrow (p' \Rightarrow q)$$

önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) $p \wedge q$ D) $p \vee q$ E) $p' \vee q$

Koşullu Önermenin Karşıtı, Tersi ve Karşıt Ters

p ve q önerme olmak üzere,

$p \Rightarrow q$ önermesi verilsin.

- $q \Rightarrow p$ önermesi $p \Rightarrow q$ ' nun karşıtı
- $p' \Rightarrow q'$ önermesi $p \Rightarrow q$ ' nun tersi
- $q' \Rightarrow p'$ önermesi $p \Rightarrow q$ ' nun karşıt tersidir.

Örnek:

"Bugün günlerden pazar ise okullar tatildir."

önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Bugün günlerden pazar değilse okullar tatil değildir.
B) Bugün günlerden pazar ise okullar tatil değildir.
C) Okullar tatil değilse bugün günlerden pazar değildir.
D) Okullar tatilse bugün günlerden pazardır.
E) Bugün günlerden cumartesi ise okullar tatildir.

Not:

Bir önermenin doğruluk değeri ile karşıt tersinin doğruluk değeri birbirine **denktir**.

İki Yönlü Koşullu Önerme (Ancak ve Ancak) (\Leftrightarrow)

$p \Rightarrow q$ önermesi ile bunun karşıtı olan $q \Rightarrow p$ önermesinin ve bağlacı ile bağlanmasıyla elde edilen önermeye **iki yönlü koşullu önerme** denir. $p \Leftrightarrow q$ şeklinde gösterilir. "p ancak ve ancak q" şeklinde okunur.

p ile q önermelerinin doğruluk değeri aynı ise $p \Leftrightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri "1" dir. p ve q önermelerinin doğruluk değeri birbirinden farklı ise $p \Leftrightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri "0" dir.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

$p \Leftrightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri "1" ise bu önermeye **çift yönlü gerektirme** denir.

İki Yönlü Koşullu Önermenin Özellikleri

- $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
- $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$
- $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow r \equiv p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow r)$

Açık Önerme

İçerisinde en az bir değişken bulunduran ve bu değişkene verilen değerlere göre, doğru ya da yanlış değerler alabilen önermelere açık önerme denir.

Sadece x değişkenine bağlı verilen bir p önermesi $p(x)$ ile, x ve y değişkenlerine bağlı verilen p önermesi, $p(x, y)$ ile gösterilir.

Herhangi bir E evrensel kümesine bağlı verilen bir p açık önermesinin doğruluk kümesi denir.

Örneğin, $p(x)$: " $x - 1 \leq 3$ ve $x \in \mathbb{N}$ " açık önermesinin doğruluk kümesi $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ tür.

NİCELEYİCİLER

Günlük hayatta kullandığımız ve önüne geldiği nesnenin (değişkenin), niceliğini ifade eden her, bütün, bazı, en az bir gibi sözcüklere niceleyici denir.

Evrensel Niceleyici (\forall)

Evrensel kümedeki tüm elemanları ifade eder. " $\forall x \in E$, $p(x)$ " şeklinde yazılır. $\forall x$, $p(x)$ önermesinin doğru olabilmesi için kümenin tüm elemanları için doğru olması gerekir. Aksi takdirde önerme, yanlış bir önerme olur.

Örneğin, "Bütün haftalar 7 gündür." önermesi doğrudur ancak "Her asal sayı tek sayıdır." önermesi yanlış bir önermedir. 2 asal sayıdır ve çifttir.

Varlıksal Niceleyici (\exists)

Kastedilen kümedeki elemanların bazıları veya en az biri anlamındadır. " $\exists x \in A, p(x)$ " şeklinde yazılır.

$\exists x, p(x)$ önermesinin doğru olabilmesi için önermeyi doğru yapan en az bir elemanın bulunması yeterlidir. Öyle bir eleman bulunamıyorsa önerme yanlıştır.

Örneğin, "Bazı aylar 30 gündür." önermesi doğru bir önermedir. " $\exists x, x^2 + 9 = 0 \ x \in \mathbb{R}$ " önermesi yanlış bir önermedir. Hiçbir reel sayının karesi negatif değildir.

Not:

x bir değişken, $p(x)$ bir açık önerme olsun.

$[\forall x, p(x)]' \equiv \exists x, p'(x)$ ve

$[\exists x, p(x)]' \equiv \forall x, p'(x)$ tir.



Önerme

Önerme: Doğru ya da yanlış kesin hüküm bildiren ifadelerdir.

Önermeler p, q, r, s,gibi küçük harflerle gösterilir.

- Soru, istek, hayret vb. anlamlar içeren ifadeler önerme değildir.
- Bir önerme doğru ise 1 veya D, yanlış ise 0 veya Y ile gösterilir.
- Bir p önermesinin doğruluk tablosu

p	ya da	p
1		D
0		Y

İki önermenin doğruluk tablosu

p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

- n tane farklı önermenin birbirine göre en çok 2^n tane doğruluk durumu vardır.

Yani, 1 önermenin $2^1 = 2$ tane durumu,
2 önermenin $2^2 = 4$ tane durumu,
3 önermenin $2^3 = 8$ tane durumu vardır.

- Doğruluk değerleri aynı olan önermelere **denk önermeler** denir ve $p \equiv q$ ile gösterilir.

Doğruluk değerleri aynı olmayan önermeler denk değildir ve $p \neq q$ şeklinde gösterilir.

Bir p önermesinin değili p' (ya da $\sim p$) ile gösterilir.

p	p'	(p')
1	0	1
0	1	0



KAZANIM 1

1. Aşağıdakilerden hangisi bir önermedir?

- A) "Bugün tiyatroya gidelim."
- B) "Bir ay 7 gündür."
- C) "Karesi 4 olan sayı kaçtır?"
- D) "İyi akşamlar!"
- E) "Emir bugün okula gelmedi."

"Bir ay 7 gündür." ifadesi kesin bir yargı belirttiğinden önermedir.

2. I. "2 rasyonel sayıdır."

II. "1453 asal sayıdır."

III. " $2^4 = 4^2$ dir."

Yukarıdaki cümlelerin hangileri önermedir?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) Yalnız III
- D) I ve II
- E) I, II ve III

I, II ve III doğru ya da yanlış kesin hüküm bildiren ifadeler olduğundan önermedir.

3. I. "Fındık üretiminde Türkiye dünya birincisidir."

II. "Ay dünyanın uydusudur."

III. "Mustafa bu okul da mı?"

Yukarıdakilerden hangisi önerme **değildir**?

- A) Yalnız I
- B) Yalnız II
- C) Yalnız III
- D) I ve II
- E) II ve III

III. yargı belirtmediğinden önerme değildir.

1. B 2. E 3. C

1.

TEST



KONU PEKİŞTİRME

Önermeler

1. Aşağıdaki ifadelerden hangisi bir önermedir?

- A) "Tren yolculuğu, uçak yolculuğundan daha iyidir."
 B) "Matematik öğretmenimizin gözleri çok güzel."
 C) "Gökyüzünün rengi yeşildir."
 D) "11/A sınıfındaki öğrenciler çok zekidir."
 E) "Kız öğrenciler erkeklere göre daha başarılıdır."

C) Kesin yargı bildiriyor.

2. Aşağıdakilerden hangisi bir önerme değildir?

- A) "74 sayısının 5 ile tam bölünür."
 B) "Ardışık iki tam sayının toplamı tektir."
 C) "7 bir rakamdır."
 D) "İki basamaklı en küçük sayı -99 dur."
 E) "En güzel renk mavidir."

E) Yargı belirtmiyor

3. Aşağıdaki önermelerden hangisinin doğruluk değeri 1'dir?

- A) " $6 + (-4) > -3$ 'tür."
 B) " $4 \cdot (-8) = 32$ 'dir."
 C) " $\frac{12}{4} = 6$ 'dır."
 D) " $x = 3$ için $x^3 < 9$ 'dur."
 E) " $a = -1$ için $a^2 \leq 0$ 'dir."

A) $6 + (-4) = 2$ ve $2 > -3$ olduğundan doğrudur. Doğruluk değeri 1'dir.4. Aşağıdaki önermelerden hangisi yanlıştır?

- A) Birbirinin değil olmayan 5 önermenin birbirine göre 32 farklı durumu vardır.
 B) Birbirine göre 128 farklı durumu olan ve birbirinin değil olmayan 7 önerme vardır.
 C) Birbirinin değil olmayan $n - 2$ önermenin birbirine göre 8 farklı durumu varsa $n = 5$ tir.
 D) Bir önerme ile bu önermenin değilinin birbirine göre 4 farklı durumu vardır.
 E) p ile $(\sim p)$ önermelerinin birbirine göre 2 farklı durumu vardır.

p	p'	Tablodan da görülebileceği gibi 2 durum vardır.
1	0	
0	1	

5. " $\lceil \lceil - \sqrt{2} \rceil$ farkı 1'den büyüktür."

önermesinin değil hangisidir?

- A) " $\lceil \lceil - / 2 \rceil$ farkı 1'den küçüktür."
 B) " $\lceil \lceil + \sqrt{2} \rceil$ toplamı 1'den büyüktür."
 C) " $\lceil \lceil + \sqrt{2} \rceil$ toplamı 1'den küçüktür."
 D) " $\lceil \lceil - \sqrt{2} \rceil$ farkı 1 veya 1'den küçüktür."
 E) " $\lceil \lceil - \sqrt{2} \rceil$ farkı 1'e eşittir."

"Büyüktür" ün değil "Küçüktür veya eşittir." olduğundan D şıkkıdır.

6. p: "2 den başka çift asal sayı yoktur."

q: " $-2^4 = 4^2$ dir."r: " $\sqrt{4+9} = \sqrt{4} + \sqrt{9}$ dur."Yukarıda verilen önermelere göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $p \leftrightarrow 0$ B) $q \leftrightarrow r$ C) $r \leftrightarrow p \leftrightarrow q$
 D) $p \leftrightarrow q \leftrightarrow r$ E) $(q \leftrightarrow r) \leftrightarrow p$

p $\leftrightarrow 1$ ise $p \leftrightarrow 0$ q $\leftrightarrow 0$ ise $q \leftrightarrow 1$ r $\leftrightarrow 0$ ise $r \leftrightarrow 1$ olduğundan $r \leftrightarrow p \leftrightarrow q$ dir.



p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	1	1

p	p'
1	0
0	1

- $p \Rightarrow q$ nun karşıtı $q \Rightarrow p$
- $p \Rightarrow q$ nun tersi $p' \Rightarrow q'$
- $p \Rightarrow q$ nun karşıt tersi $q' \Rightarrow p'$

➤ Özellikler

$$\begin{aligned} p \vee q &= q \vee p & p \vee (q \wedge r) &= (p \vee q) \wedge (p \vee r) \\ p \wedge q &= q \wedge p & p \wedge (q \vee r) &= (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \\ p \vee (p \wedge q) &= p & p \vee (q \vee r) &= (p \vee q) \vee r \\ p \wedge (p \vee q) &= p & p \wedge (q \wedge r) &= (p \wedge q) \wedge r \end{aligned}$$

➤ Totoloji ve Çelişki

- i) Bir bileşik önerme, bileşenlerinin tüm doğruluk değerleri için doğru oluyorsa totoloji denir.
- ii) Bir bileşik önerme, bileşenlerinin tüm doğruluk değerleri için yanlış oluyorsa çelişkidir.

➤ Sadeleştirme Kuralları

$$\begin{aligned} p \vee p &\equiv p & p \vee p' &\equiv 1 & p \vee 1 &\equiv 1 & p \vee 0 &\equiv p \\ p \wedge p &\equiv p & p \wedge p' &\equiv 0 & p \wedge 1 &\equiv p & p \wedge 0 &\equiv 0 \\ p \Rightarrow p &\equiv 1 & p \Rightarrow p' &\equiv p' & p \Rightarrow 1 &\equiv 1 & p \Rightarrow 0 &\equiv p' \\ p \Leftrightarrow p &\equiv 1 & p' \Rightarrow p &\equiv p & 1 \Rightarrow p &\equiv p & 0 \Rightarrow p &\equiv 1 \\ & & p \Leftrightarrow p' &\equiv 0 & p \Leftrightarrow 1 &\equiv p & p \Leftrightarrow 0 &\equiv p' \end{aligned}$$

- $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$
- $(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$
- $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$
- $(p \Rightarrow q)' \equiv (p' \vee q)' \equiv p \wedge q'$
- $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
- $(p \Leftrightarrow q)' \equiv p' \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow q'$

➤ Niceleyiciler

$$\begin{aligned} \exists: & \text{Bazı, en az bir} \\ \forall: & \text{Her, bütün, tüm} \\ [\forall x, P(x)]' &\equiv \exists x, P'(x) \\ [\exists x, P(x)] &\equiv \forall x, P'(x) \end{aligned}$$



1.

İyi bir başlangıç, yarı yarıya başan demektir.
(Andre Gide)

ACEMİ

1. $p \Rightarrow q' \equiv 0$ ise aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $p \equiv 1, q \equiv 0$
B) $p \equiv q \equiv 1$
C) $p \equiv q \equiv 0$
D) $p \equiv 0, q \equiv 1$
E) $p \Rightarrow q \equiv 0$

$p \equiv 1$ ve $q' \equiv 0$ ve $q \equiv 1$ (B şıkkı)

2. p, q ve r önermelerinin doğruluk tablosu aşağıda verilmiştir.

p	q	r
1	1	0
0	0	0
1	1	1
x	y	z
0	0	1
1	0	0
1	0	1
0	1	1

Buna göre, $x + y - z$ nin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

$x \equiv 0, y \equiv 1, z \equiv 0 \Rightarrow x + y - z = 1$

3. Aşağıdaki ifadelerden kaç tanesi önermedir?

- I. İki farklı önermenin 8 farklı doğruluk değeri vardır.
II. Mantık zor bir konudur.
III. Bir önermenin doğruluk değeri 1 ise tersinin doğruluk değeri 0 dir.
IV. Tüm durumlar için doğru olan bileşik önermelere çelişki denir.

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

II. bir hüküm değil, görüş bildirir. Diğerleri ise önermedir.

4. p' , q ve r' önermeleri birbirine denktir.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $p \equiv r'$ B) $q \equiv r'$ C) $p \equiv q$
D) $q' \equiv r'$ E) $p \equiv q'$

$p' \equiv q \equiv r' \equiv 1$ olsun $p \equiv 0$ olur.

$p \equiv q' \equiv 0$

5. $p \equiv 1$ olduğuna göre aşağıdaki önermelerden hangisi p önermesine denk değildir?

- A) "6'nın karekökü tam sayı değildir."
B) "6'nın karesi doğal sayıdır."
C) "6'nın çarpma işlemine göre tersi $\frac{1}{6}$ dir."
D) "6'nın toplama işlemine göre tersi -6 dir."
E) "6'nın küpkökü yoktur."

6'nın küpkökü vardır. Yani E seçeneğinin doğruluk değeri 0 dir.

6. Aşağıdaki bileşik önermelerden hangisinin doğruluk değeri 0 dir?

- A) $[1 \vee (0 \wedge 0)] \vee 1$ B) $[(1 \Rightarrow 0) \vee 0] \Rightarrow 1$
C) $[(1 \Rightarrow 0) \wedge 1] \Leftrightarrow 1$ D) $(0 \Rightarrow 0) \vee 0$
E) $[(1 \Leftrightarrow 1)' \Rightarrow 1] \vee 0$

$[(1 \Rightarrow 0) \wedge 1] \Leftrightarrow 1 \equiv (0 \wedge 1) \Leftrightarrow 1 \equiv 0 \Leftrightarrow 1 \equiv 0$
(C şıkkı)

7. $p \vee q \equiv 1$

$p \vee r \equiv 0$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi $p' \Rightarrow (q \wedge r)$ bileşik önermesine denktir?

- A) 0 B) 1 C) p' D) q E) r'

$p \vee r / 0 \& p / 0, r / 0$
 $p \vee q / 1 \& q / 1$ $31 \Rightarrow (1 \wedge 0) \equiv 1 \Rightarrow 0 \equiv 0$

8. Aşağıda verilen denkliklerden kaç tanesi doğrudur?

- I. $p \vee q \equiv q \vee p$
II. $(p')' \equiv p$
III. $p \Rightarrow q \equiv q \Rightarrow p$
IV. $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
V. $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$p \Rightarrow q \equiv q \Rightarrow p$ yanlış, diğerleri doğrudur.



Yapmakta ısrar ettiğimiz şey giderek kolaylaşır.
İşin doğası değiştiğinden değil, bizim yapma
yeteneğimiz geliştiğinden.
(Ralph Waldo Emerson)

AMATÖR

1.

p	q	q'	$p \vee q'$	$q' \wedge (p \vee q')$
1	1	0	1	0
1	0	b	1	1
0	1	0	c	0
a	0	1	1	d

Yukarıda verilen doğruluk tablosuna göre
 $a + 2b + 3c + 4d$ nin sayısal değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

$$a = 0, b = 1, c = 0, d = 1$$

$$0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 1 = 6$$

2. $[(r \vee s') \wedge (r \vee s)] \vee r'$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine
denktir?

- A) r' B) s C) r D) 1 E) 0

$$[r \vee (s' \vee s)] \vee r' \equiv r \vee r' \equiv 1$$

3. $[p \Rightarrow (q \Rightarrow p)]'$

bileşik önermesi için aşağıdakilerden hangisi
doğrudur?

- A) p ye denktir. B) q ya denktir.
C) $p \Rightarrow q$ ya denktir. D) Totolojidir.

E) Çelişkidir.

$$[p' \vee (q' \vee p)]' \equiv (p' \vee p) \vee q' \equiv 1 \vee q' \equiv 1$$

4. Aşağıdakilerden kaç tanesi gerektirmez?

- I. $1 \Rightarrow 1$
II. $p \Rightarrow 1$
III. $0 \Rightarrow p$
IV. $p \Rightarrow p$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$p \Rightarrow q \vee 1$ ise gerektirme olduğu için hepsi gerektirmezdir.

5. $p \vee q' \equiv 0$ olduğuna göre,

$(p' \wedge q')$ \Rightarrow p' bileşik önermesi aşağıdakilerden
hangisine denktir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q' E) $p \vee q'$

$$p \equiv 0, q \equiv 1$$

$$(0' \wedge 1') \Rightarrow 0' \equiv (1 \wedge 0) \Rightarrow 1 \equiv 1$$

6. $p \wedge (q' \vee r)' \equiv 1$ olduğuna göre,

p, q, r önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla
aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

- A) 0, 0, 0 B) 0, 1, 0 C) 1, 1, 1
D) 1, 0, 1 E) 1, 0, 0

$$\frac{p \wedge (q' \vee r)' \equiv 1}{p \equiv 1, q' \vee r' \equiv 0 \text{ ise } q \equiv 1, r \equiv 1} \quad (\text{C şıkkı})$$

7. $(x = 5) \Rightarrow (x^2 - 20 = 5)$

koşullu önermesinin tersi aşağıdakilerden
hangisidir?

- A) $(x^2 - 20 = 5) \Rightarrow (x = 5)$
B) $(x^2 - 20 \neq 5) \Rightarrow (x \neq 5)$
C) $(x \neq 5) \Rightarrow (x^2 - 20 \neq 5)$
D) $(x \neq 5) \Rightarrow (x^2 - 20 = 5)$
E) $(x^2 - 20 \neq 5) \Rightarrow (x = 5)$

$$p \Rightarrow q \text{ tersi } p' \Rightarrow q'$$

$$x \neq 5 \Rightarrow (x^2 - 20 \neq 5) \quad (\text{C şıkkı})$$

8. $q \vee r \equiv 0$ ve $r \Rightarrow p \equiv 1$ ise

aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

- A) $p \Leftrightarrow r'$ B) $p \wedge q$ C) $p \Rightarrow r$
D) $r' \vee p$ E) $q' \Rightarrow p$

$$q \equiv 0, r \equiv 0, p \equiv 1 \text{ veya } p \equiv 0$$

$$D) r' \vee p \equiv 1 \vee p \equiv 1$$





1.

Çalışmaktan; bir cezadan, bir sıkıntıdan kaçır gibi kaçınmak, çok kötü bir harekettir. Çalışmak; ilk sıkıntılara ve isteksizliklere üstün gelindikten sonra, şiddetli bir zevktir. Çalışmayı cezasaymak, onun güzelliğini ve iyiliklerini tanımamak, tabiata karşı haksızlık olur. (Mustafa Kemal Atatürk)

UZMAN

1. $[(p' \vee q)' \wedge (q' \wedge p)'] \Rightarrow 0$

bileşik önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) $p \vee q$

$[(p' \vee q)'] \wedge (q' \wedge p) \equiv 0 / 0$

2. Aşağıda verilen bileşik önermelerden kaç tanesi tautolojidir?

- I. $p \vee 1$
II. $(p \vee p') \vee r$
III. $p \vee (p \wedge q)'$
IV. $(p \wedge q) \vee (p \wedge q)'$
V. $[(p \vee q)' \wedge (p \vee q)] \vee p'$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

I. $p \vee 1 \equiv 1$
II. $(p \vee p') \vee r \equiv 1 \vee r \equiv 1$
III. $p \vee (p' \wedge q) \equiv 1 \vee q' \equiv 1$
IV. $(p \wedge q) \vee (p \wedge q)' \equiv 1$
V. $[(p \vee q)' \wedge (p \vee q)] \vee p' \equiv 0 \vee p' \equiv p'$

3. $(p \vee q) \Rightarrow (p' \wedge q)$

bileşik önermesinin tersinin değili aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) p' B) q C) p D) 0 E) 1

$[(p \vee q)]' \Rightarrow (p' \wedge q) \equiv [(p \vee q) \vee (p \vee q)']'$
 $\equiv [(p \vee p) \vee (q \vee q)']' \equiv [(p \vee 1)']' \equiv 1 \equiv 0$

4. $[(p \wedge q) \Rightarrow (r' \Rightarrow s)]' \equiv 1$ ise

p, q, r, s önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 1, 0, 0 B) 1, 0, 1, 0
C) 0, 1, 0, 0 D) 1, 0, 0, 0
E) 0, 0, 1, 1

$[(p \wedge q) \Rightarrow (r' \Rightarrow s)]' \equiv 1$
 $p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 0, s \equiv 0$ (D şıkkı)

5. I. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 3 < \frac{1}{3}$

II. $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}, x \cdot y = 0$

III. $\forall x \in \mathbb{R}, \frac{x-1}{x-1} = 1 \wedge \forall x \in \mathbb{R}, \frac{x-5}{5-x} = -1$

Yukarıda verilen önermelerin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 1, 1 B) 0, 1, 0 C) 0, 1, 1
D) 1, 0, 1 E) 0, 0, 0

I. $x^2 < -\frac{8}{3}$ (0)

II. $x = 2, y = 0 \Rightarrow xy = 0$ (1)

III. $x - 1 \neq 0 \quad x \neq 5 \Rightarrow 0 \wedge 0 \equiv 0$ (B şıkkı)

6. 7 önermeden 3 tanesi birbirine denk ise bu 7 önermenin doğruluk tablosunda kaç farklı durum vardır?

- A) 8 B) 16 C) 32 D) 64 E) 128

3 önerme denk ise 5 farklı önerme olur. $2^5 = 32$

7. $p: x + y \neq 0$

$q: x = y$

önermeleri veriliyor.

Buna göre, x ve y gerçekte sayıları için aşağıdakilerden hangisi p ş q önermesine denktir?

A) $x^2 + x \cdot y = y$ B) $x^2 - x = y^2 + y$

C) $x^2 + y^2 = -2xy$ D) $x \cdot y = 0$

E) $|x| = |y|$

$|x| = |y|$ ş $x = y$ ş $x = -y$ dir.

$x > y \neq 0$ ş $x = y$ dir.

dolayısıyla p ş q önermesine denktir.

8. $p: "18 < x \leq 180, x = 6k, k \in \mathbb{N}"$

önermesinin doğruluk kümesi kaç elemanlıdır?

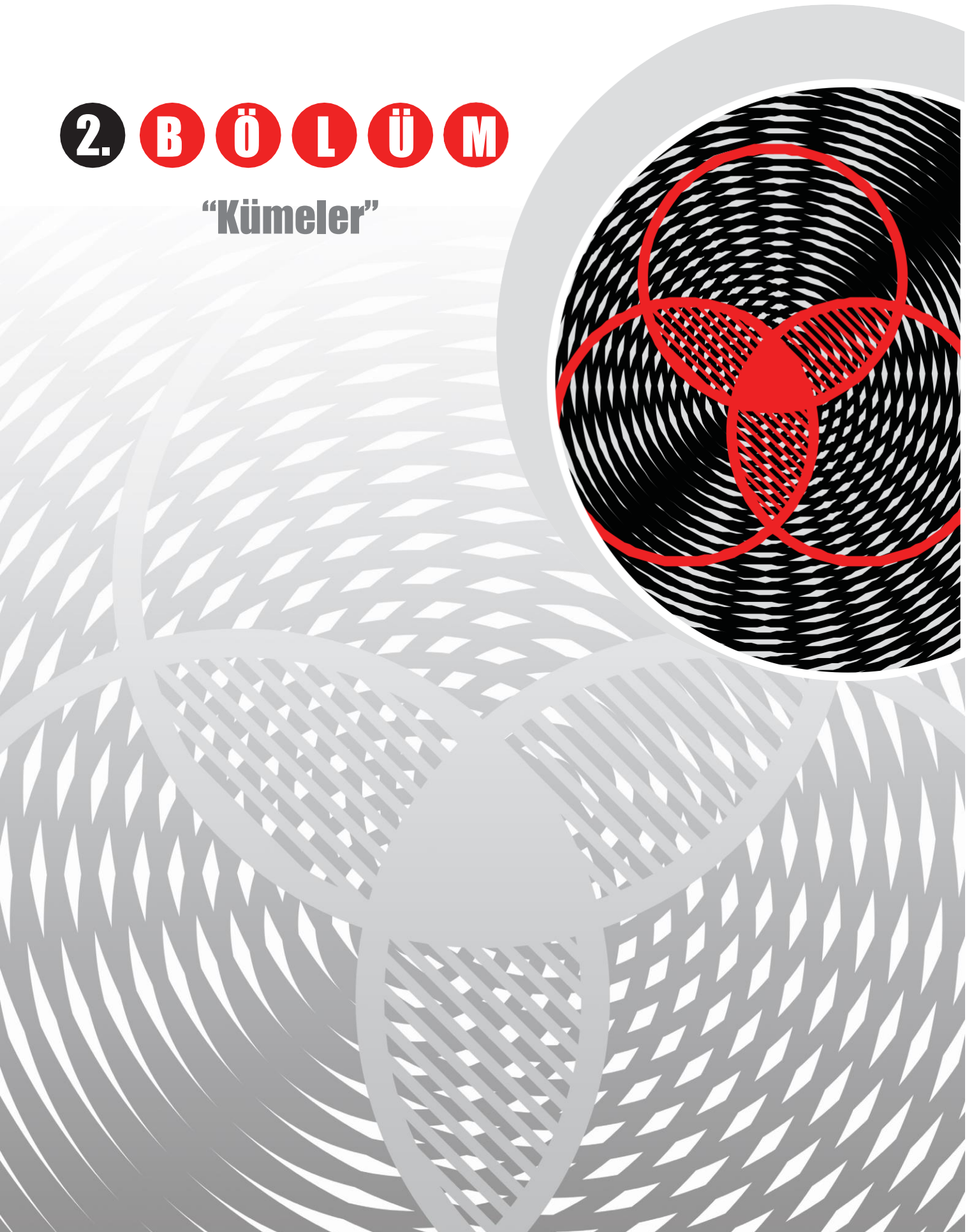
- A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

24, 30, ..., 180
 $\frac{180 - 24}{6} + 1 = 27$



2. B Ö L Ü M

“Kümeleler”



Küme Kavramı

İyi tanımlanmış birbirinden farklı nesnelere topluluğuna küme denir. Bir kümenin belirtilebilmesi için kümeyi oluşturan nesnelere herkes tarafından anlaşılması ve belli bir anlam olması gerekir.

- Kümeyi oluşturan nesnelere her birine kümenin elemanı denir.
- Kümeler A, B, C, \dots gibi büyük harflerle gösterilir.
- Bir x nesnesi bir A kümesine ait ise $x \in A$ biçiminde yazılır.
- Bir y nesnesi bir A kümesine ait değilse $y \notin A$ biçiminde yazılır.
- Bir kümedeki nesnelere sayısına kümenin eleman sayısı denir ve $s(A)$ ile gösterilir.

Uyarı

Kümelerin elemanlarının yerini değiştirmek, kümeyi değiştirmez. Kümede bir eleman bir defa yazılır.

Örnek:

$B = \{a, b, c, \{a, b\}, \{c\}\}$ kümesinin eleman sayısını bulunuz?

Çözüm:

Kümelerin Gösterilişi

1. Liste Yöntemi ile Gösterme

Kümenin elemanları sıra önemli olmaksızın $\{\dots\}$ biçimindeki parantezin içine, aralarına virgül konularak yazılırsa, buna "liste biçiminde gösterme" denir.

2. Ortak Özellik Yöntemi

Kümenin elemanları belli bir özelliği sağlıyorsa, bu özelliğe ortak özellik denir. Küme ortak olan bu özellikle gösterilebilir.

Örnek:

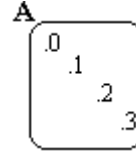
4'ten küçük doğal sayıların kümesini ortak özelliklerine göre,
 $A = \{x \mid x \text{ 4'ten küçük doğal sayılar}\}$ veya

$$A = \{x \mid x < 4, x \in \mathbb{N}\} \text{ şeklinde yazılabilir.}$$

Bu A kümesi "x lerden oluşur, öyle ki x, 4'ten küçük ve x doğal sayıdır" şeklinde okunur.

3. Venn Şeması ile Gösterim

Kümenin bütün elemanları önlerine birer nokta konularak kapalı bir eğri içine yazılır. Eğri herhangi bir şekilde olabilir; elips, çember, dikdörtgen gibi.



Yandaki venn şemasına göre, A kümesinin eleman sayısı $s(A) = 4$ tür.

Eşit Kümeler

Aynı elemanlardan oluşan kümelere eşit kümeler denir. A kümesi B kümesine eşit ise $A = B$ biçiminde gösterilir.

Örnek:

$A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{b, c, a\}$ kümeleri aynı elemanlardan oluştuğu için $A = B$ dir.

Sonlu Küme-Sonsuz Küme

Eleman sayısı bir doğal sayıya eşit olan kümeye sonlu küme denir. Sonlu kümelerin eleman sayısı belirtilebilir.

Eleman sayısı belirtilemeyen kümelere sonsuz küme denir. Sonsuz kümelerin eleman sayısı doğal sayılar ile gösterilemez.

Örnek:

Sınıfınızdaki öğrencilerin kümesi sonlu kümedir.

Bir doğruyu oluşturan noktaların kümesi sonsuz kümedir.

Boş Küme

Hiçbir elemanı olmayan kümeye boş küme denir. Boş küme $\{\}$ veya \emptyset sembolleri ile gösterilir.

Örnek:

$A = \{x \mid 0 < x < 1, x \in \mathbb{N}\}$ boş kümedir. Çünkü 0 ile 1 arasında doğal sayı yoktur.

Uyarı

\emptyset boş küme değildir.

Alt Küme

Bir A kümesinin bütün elemanları bir B kümesinin de elemanı ise A kümesine B kümesinin alt kümesi denir. $A \subset B$ veya $B \supset A$ biçiminde yazılır.

Eğer A kümesi, B kümesinin alt kümesi değilse bu $A \not\subset B$ biçiminde yazılır.

Örnek:

$A = \{1, \{2\}, 3, 4, \{5, 6\}, \{5\}\}$ kümesi veriliyor. Aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A. $s(A) = 6$
- B. $\{1\} \in A$
- C. $\{5\} \subset A$
- D. $\{\{5\}\} \in A$
- E. $\{5, 6\} \subset A$

UYARI

- Her küme kendisinin alt kümesidir.
- Boş küme her kümenin alt kümesidir.

Alt Kümeye Ait Özellikler

- $A \subset B$ ve $B \subset A$ ise $A = B$ dir.
- $A \subset B$ ve $B \subset C$ ise $A \subset C$ dir.
- n elemanlı bir kümenin alt küme sayısı 2^n dir.

Örnek:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

Örnek:

Alt küme sayısı 64 olan kümenin eleman sayısını bulunuz.

Örnek:

$A = \{a, b, c, d\}$ kümesinin alt kümelerinin kaçında b harfi eleman olarak bulunur?

Öz Alt Küme

Bir kümenin kendisi hariç diğer bütün alt kümelerine öz alt küme denir.

Örnek:

63 tane öz alt kümesi bulunan bir küme kaç elemanlıdır?

Evrensel Küme

Üzerinde işlem yapılan bütün kümeleri kapsayan en geniş kümeye evrensel küme denir. Evrensel küme E harfi ile gösterilir.

Bir Kümenin Tümlenyeni

Bir A kümesi E evrensel kümesinin alt kümesi olsun. Evrensel kümeye ait olup A kümesine ait olmayan elemanların oluşturduğu kümeye A kümesinin tümlenyeni denir ve A' ile gösterilir.

$$A' = \{x \mid x \in E \text{ ve } x \notin A\}$$

UYARI

$$A \cup A' = E \text{ dir.}$$

Tümlemenin Özellikleri

- $(A')' = A$ dır.
- $E' = \emptyset$
- $\emptyset' = E$
- $A \cap A' = \emptyset$
- $A \subset B$ ise $B' \subset A'$ dır.

KÜMELERDE İŞLEMLER

1. Kesişim İşlemi A ve B iki küme olmak

üzere A ile B nin ortak elemanlarının

oluşturduğu kümeye A ile B kümelerinin

kesişim kümesi denir ve $A \cap B$ şeklinde

gösterilir.

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ ve } x \in B\}$$

Örnek:

$A = \{a, b, c, d, e\}$ ve $B = \{a, d\}$ kümeleri veriliyor. $A \cap B$ kümesini liste biçiminde yazıp venn şemasında gösteriniz.

- Kesişimin birleşim üzerine dağılma özelliği
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- Birleşimin kesişim üzerine dağılma özelliği
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Örnek:

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $(A \cup C) = \{1, 3, 5, 6\}$ olduğuna göre $A \cup (B \cap C)$ kümesini bulunuz.

NOT: $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$ dir.

3.Kümelerde Fark İşlemi

A kümesinde olup B kümesinde olmayan elemanların oluşturduğu kümeye A fark B kümesi denir ve $A - B$ ile gösterilir.

$$A - B = \{x | x \in A \text{ ve } x \notin B\}$$

Örnek:

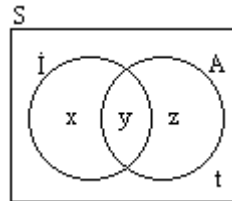
$A = \{a, b, c, d, e\}$ ve $A \cap B = \{a, d\}$ olduğuna göre $A - B$ kümesini bulunuz.

Fark İşlemi ile İlgili Özellikler

- $A \subset B$ ise $A - B = \emptyset$
- $A - B = A \cap B'$
- $s(A \cup B) = s(A - B) + s(B - A) + s(A \cap B)$

NOT:

Küme problemlerinin çözümünde aşağıdaki pratik şema yöntemini kullanabiliriz.



Şemada x, y, z, t buldukları bölgenin eleman sayılarını göstermektedir. İngilizce bilenlerin kümesi İ, Almanca bilenlerin kümesi A ve sınıftaki bütün öğrencilerin kümesi S olsun. Her bir bölgeye uygun harfler yazılarak denklem kurulabilir.

Kesişme İşlemi ile İlgili Özellikler

a. Değişme özelliği.

$$A \cap B = B \cap A$$

b. Tek kuvvet özelliği

$$A \cap A = A$$

c. Birleşme özelliği

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

2. Kümelerde Birleşme İşlemi

A ile B iki küme olmak üzere. Bu iki kümedekibütün elemanlardan meydana gelen kümeye A ile B nin birleşim kümesi denir ve $A \cup B$ ile gösterilir.

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ veya } x \in B\}$$

Örnek:

$A = \{a, b, c, d, e\}$ ve $B = \{b, c, e, f, g\}$ kümeleri veriliyor.

$A \cup B$ kümesini liste biçiminde yazıp venn şemasında gösteriniz.

Birleşim İşlemi ile İlgili Özellikler

- Değişme özelliği

$$A \cup B = B \cup A$$

- Tek kuvvet özelliği

$$A \cup A = A$$

- Birleşme özelliği

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

- De Morgan Kuralları

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

Örnek:

Bir sınıfta; futbol veya basketbol oyunlarından sadece birini oynayan 12, en az birini oynayan 18 ve en çok birini oynayan 16 öğrenci vardır. Buna göre sınıfın mevcudu kaçtır?

Çözüm:

Örnek:

Almanca, İngilizce ve Fransızca dillerinden en az birini bilenlerin oluşturduğu bir toplulukta; Almanca bilenlerin sayısı 10, İngilizce bilenlerin sayısı 15, Fransızca bilenlerin sayısı 10, Almanca ve İngilizce bilenlerin sayısı 5, İngilizce ve Fransızca bilenlerin sayısı 7, Fransızca ve Almanca bilenlerin sayısı 4, Üç dili de bilenlerin sayısı 3 tür. Buna göre bu toplulukta kaç kişi vardır?

Çözüm:

Sıralı İkili

Herhangi iki nesne belli bir öncelik sırasına göre bir eleman gibi düşünülürse bu elemana sıralı ikili veya ikili denir.

Birinci bileşeni x , ikinci bileşeni y olan sıralı ikili (x, y) şeklinde yazılır.

İkili de sıra önemli olduğu için $(x, y) \neq (y, x)$ dir.

NOT:

$(x, y) = (a, b)$ ise $x = a$ ve $y = b$ dir.

Örnek:

$(x, 4) = (5, y)$ ise $x + y$ kaçtır?

İki Kümenin Kartezyen Çarpımı

A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere birinci bileşen A dan, ikinci bileşen B den alınarak elde edilen tüm sıralı ikililerden oluşan kümeye A ile B kümelerinin **kartezyen çarpımı** denir ve $A \times B$ biçiminde gösterilir.

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$$

Örnek:

$A = \{1, 2\}$ ve $B = \{3, 5\}$ ise $A \times B$ kümesini bulunuz.

Uyarı:

$$A \times B \neq B \times A$$

Kartezyen Çarpım İşleminin Özellikleri

- $A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$
- $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
- $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$



Küme

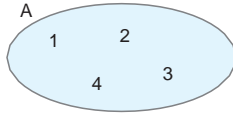
Küme: İyi tanımlanmış nesnel topluluğudur. A, B, C, ... gibi büyük harflerle gösterilir.

Kümelerin Gösterimi: Genellikle üç değişik biçimde gösterilir.

1) Liste yöntemi

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

2) Venn şeması



3) Ortak özellik yöntemi

$$A = \{x: x, 5 \text{ ten küçük sayma sayısıdır.}\}$$

Boş Küme

Hiç bir elemanı olmayan kümeye denir. \emptyset veya $\{ \}$ sembolleriyle gösterilir.

Evrensel Küme

Üzerinde işlem yapılan tüm kümeleri içine alan kümeye denir. E harfi ile gösterilir.

Sonlu ve Sonsuz Küme

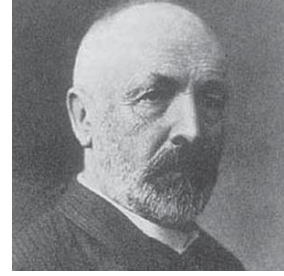
Elemanları sayılabilir çoklukta olan kümeye **sonlu küme** denir. Sonlu olmayan kümeye **sonsuz küme** denir.

Örneğin rakamlar kümesi sonlu bir küme iken doğal sayılar kümesi sonsuz kümedir.

- Bir A kümesinin eleman sayısı $s(A)$ ile gösterilir.
- $A = \emptyset$ ise $s(A) = 0$ dir.

Not

- $A = \emptyset$ ise $s(A) = 0$ dir.
- Her eleman kümenin içine yalnız bir kez yazılır.
Örneğin ANKARA kelimesinin harflerinden oluşan küme, $\{A, N, K, R\}$ kümesidir.
- Elemanlar kümenin içinde farklı yerlere yazılırsa, yani yer değiştirirse, bu yeni bir küme belirtmez.
- $A = \{\emptyset\}$, $B = \{\{\blacktriangle, \star, \blacksquare\}\}$, $C = \{1\}$ kümelerinin herbirinin eleman sayısı 1'dir.
- $A = \{1, \{1, 2\}\}$ kümesi için $1 \in A$, $\{1, 2\} \in A$ ve $\{1\} \notin A$, $2 \notin A$ dir.



Georg Cantor (1845 - 1918)

Alman matematikçi Cantor kümeler kuramının kurucusudur. Kümeler arasındaki birebir eşlemenin önemini ortaya koymuş, sonsuz küme kavramına matematiksel bir tanım getirmiştir. Gerçel sayıların sonsuzluğunun, doğal sayıların sonsuzluğundan daha büyük olduğunu ispatlamıştır.



KONU KAVRAMA

KAZANIM 1

1. Aşağıdaki topluluklardan kaç tanesi küme belirtir?

- a) Okulumuzun çalışkan öğrencileri
- b) Türkiye'nin en kalabalık 5 şehri
- c) Sıfırdan küçük doğal sayılar
- d) 5 tane asal sayı

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

b ve c belirtir, a ve d belirtmez.

2. Aşağıdaki ifadelerden hangisi bir küme belirtmez?

- A) Sınıfımızdaki gözlüklü öğrenciler
- B) Okulumuzun öğretmenleri
- C) Türkiye'nin J ile başlayan illeri
- D) Sınıfımızdaki yakışıklı öğrenciler
- E) Yılın M harfi ile başlayan ayları

D deki ifade göreceli olduğundan küme belirtmez.

3. Aşağıdaki topluluklardan hangileri bir küme belirtir?

- a) Ekonomisi en iyi 7 ülke
- b) Türkiye'deki fakir insanlar
- c) Ankara'daki lise öğrencileri
- d) L ile başlayan aylar
- e) İyi futbol oynayan insanlar

A) Hepsi B) Hiçbiri C) a, c, d
D) a, c, e E) b, c, d, e

a, c, d deki kümelerin elemanları belli; b, e deki kümeler belirsizdir.

4. Aşağıdakilerden hangisi bir küme belirtmez?

- A) 36 dan büyük sayma sayıları
- B) Negatif tam sayılar
- C) -2 ile 3 arasındaki rasyonel sayılar
- D) Üç basamaklı doğal sayılar
- E) Bazı negatif rasyonel sayılar

Bazı negatif rasyonel sayılar belirli bir küme değildir.

1. C 2. D 3. C 4. E

KAZANIM 2

1. 15'ten küçük olan asal sayılar kümesinin liste yöntemi ile gösterimi hangisidir?

- A) {2, 3, 5, 7} B) {0, 1, 2, ..., 14}
- C) {3, 5, 7, 9, 11, 13} D) {2, 3, 5, 7, 11, 13}
- E) {1, 2, 3, ..., 14}

15'ten küçük asal sayılar 2, 3, 5, 7, 11 ve 13 olduğundan D şıkkıdır.

2. KARAKARTAL sözcüğündeki harflerin liste biçiminde gösterimi hangisidir?

- A) {A, K, R, L} B) {K, A, R, T, L}
- C) {A, R, T, L} D) {KARAKARTAL}
- E) {K, A, R, T, A, L}

Tekrarlayan elemanlar bir kez yazılacağından B şıkkıdır.

3. 310213245 sayısının rakamlarının liste yöntemi ile gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {0, 1, 2, 3, 4, 5} B) {310213245}
- C) {1, 2, 3, 4, 5} D) {0, 1, 2, 3}
- E) {1, 3, 5, 7, 9}

Tekrarlayan elemanlar bir kez yazılacağından A şıkkıdır.

4. Alfabemizde G harfi ile P harfi arasındaki sesli harflerin oluşturduğu küme hangisidir?

- A) {o, ö, u, ü} B) {ı, i, o, ö}
- C) {h, j, k, l, m, n} D) {a, e, i, i}
- E) {a, e, i, i, o, ö, u, ü}

G ile P arasında I, İ, O, Ö harfleri olduğundan B şıkkıdır.

1. D 2. B 3. A 4. B

KONU PEKİŞTİRME

Kümelerde Temel Kavramlar



1.

TEST

1. Aşağıdaki topluluklardan kaç tanesi küme belirtir?

- I. Ankara'nın en kalabalık 5 mahallesi
- II. Türkiye'nin en güzel 4 dağı
- III. 5 tane asal rakam
- IV. $[0, 1]$ aralığındaki rasyonel sayılar
- V. Alfabemizdeki ünlü harfler

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

I, III, IV, V küme belirtir.

2. $B = \{x \mid x = 3n + 1, n < 20, n \in \mathbb{N}\}$ kümesi veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- I. $12 \in B$
- II. $1 \notin B$
- III. $s(B) = 20$
- IV. $B = \{1, 4, 7, \dots, 58\}$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$B = \{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots, 58\}$

I ve II yanlış; III ve IV doğrudur.

3. KAHRAMANMARAŞ sözcüğündeki harflerin liste yöntemi ile gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) {KAHRAMANMARAŞ}
- B) {K, A, H, R}
- C) {K, A, H, R, M, N, Ş}
- D) {KAHRAMAN}
- E) {MARAŞ}

Tekrarlayan elemanlar bir kez yazıldığında {K, A, H, R, M, N, Ş} olur.

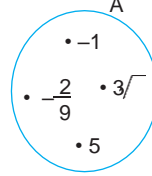
4. Aşağıdaki kümelerden hangisi boş kümedir?

- A) $S = \{x \mid x \text{ çift asal sayı}\}$
- B) $E = \{x \mid 3 < x < 4, x \in \mathbb{Q}\}$
- C) $A = \{x \mid 5 < x^2 < 9, x \in \mathbb{Z}\}$
- D) $B = \{0\}$
- E) $M = \{\emptyset\}$

$A = \{x \mid 5 < x < x^2 < 9, x \in \mathbb{Z}\}$

kümesi boş kümedir. Karesi 5 den büyük 9 dan küçük hiçbir tam sayı yoktur.

5.



A kümesinin elemanlarının liste yöntemi ile gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1, \sqrt{3}, 5\}$
- B) $\{-1, -\frac{2}{9}\}$
- C) $\{\sqrt{3}, 5\}$
- D) $\{-\frac{2}{9}, 3, 5, -1\}$
- E) $\{-\frac{2}{9}, \sqrt{3}, 5\}$

Kümenin elemanları D şıkında gösterilmiştir.

6. $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi A kümesini tanımlar?

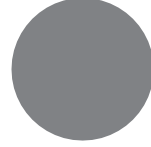
- A) Bazı çift sayılar
- B) Beş tane çift sayı
- C) 10 dan küçük olan çift sayılar
- D) 10 dan küçük pozitif çift sayılar
- E) 10 dan küçük çift doğal sayılar

Hepsi çift, doğal sayı ve 10 dan küçük olduğundan E şıkkıdır.

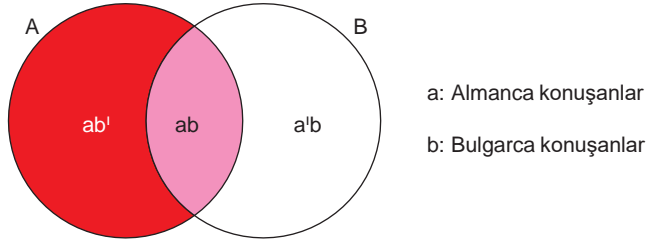
7. $A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ kümesinin ortak özellik yöntemi ile gösterimi hangisidir?

- A) $\{x \mid 5 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{R}\}$
- B) $\{x \mid 4 < x < 10, x \in \mathbb{Q}\}$
- C) $\{x \mid 5 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{N}\}$
- D) $\{x \mid 4 < x < 10, x \in \mathbb{Z}^+\}$
- E) $\{x \mid x \leq 10, x \in \mathbb{Z}\}$

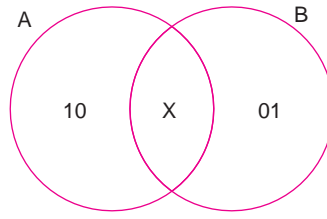
C şıkında doğru olarak verilmiştir.



1. Bir otelde Almanca (A) ve Bulgarca (B) konuşan turistler bulunmaktadır. Bu durum venn şeması ile aşağıdaki gibi gösterilmiştir.

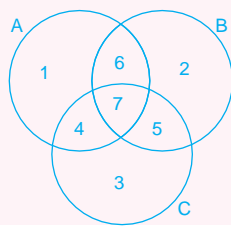


Yukarıda Venn şeması ile gösterilen kümelerin doğruluk değeri ile ifadesi aşağıda verildiğine göre, X in yerine ne yazılmalıdır?

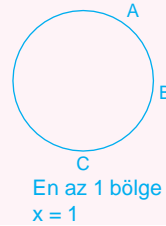


11

2. a) Bir başka otelde Almanca, Bulgarca ve Çince konuşan turistler olduğuna göre, bu durum Venn şeması ile gösterildiğinde elde edilen bölge sayısı en az x, en çok y olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?



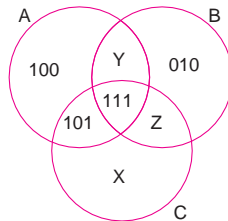
En çok 7 bölge olur.
y = 7



x + y = 1 + 7 = 8

En az 1 bölge
x = 1

- b) Üç dilin konuşulma durumunun doğruluk değeri ile ifadesi aşağıda verildiğine göre X, Y ve Z yerine ne yazılmalıdır?



X = 001 Y = 110 Z = 011

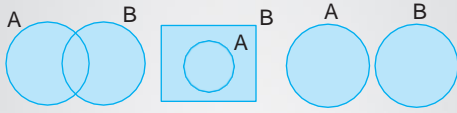


KÜMELER

- ☛ Boş küme \emptyset ya da $\{ \}$
- ☛ n elemanlı bir kümenin
 - i) alt kümelerinin sayısı 2^n dir.
 - ii) Kendisi hariç alt kümelerinin sayısı $2^n - 1$ dir.

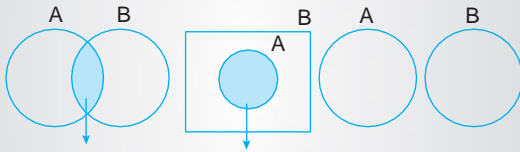
☛ **Kümelerde İşlemler**

i) Birleşim İşlemi



$A \cup B = \{x: x \in A \text{ veya } x \in B\}$

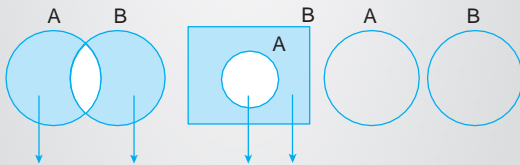
ii) Kesişim İşlemi



$A \cap B$ $A \cap B = A$ $A \cap B = \emptyset$

$A \cap B = \{x: x \in A \text{ ve } x \in B\}$

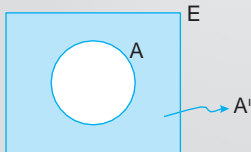
iii) Fark İşlemi



$A - B$ $B - A$ $A - B = \emptyset$ $B - A$ $A - B = A$ $B - A = B$

$A - B = \{x: x \in A \text{ ve } x \notin B\}$

iv) Tümeleme İşlemi



$A' = \{x: x \notin A \text{ ve } x \in E\}$

Özellikler

$A \cup B = B \cup A$ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$
 $A \cap B = B \cap A$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$

$A \cup (A \cap B) = A$
 $A \cap (A \cup B) = A$
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 $(A \cup B)' = A' \cap B'$
 $(A \cap B)' = A' \cup B'$
 $A - B = A \cap B'$

Kümelerde İşlemler İle Sembolik Mantık Arasındaki İlişki

Sembolik Mantık	0	1	\vee	\wedge	'	\equiv
Kümeler	\emptyset	E	\cup	\cap	'	=

Sıralı İkili

$(a, b) = (c, d)$ ise $a = c$ ve $b = d$ dir.

Kartezyen Çarpım

$A \times B = \{(a,b) | a \in A \text{ ve } b \in B\}$

Özellikler

- 1) $A \neq B$ ise $A \times B \neq B \times A$
 $A = B$ ise $A \times B = B \times A$
- 2) $A \times \emptyset = \emptyset \times A = \emptyset$
- 3) $s(A \times B) = s(A) \cdot s(B)$
- 4) $s(A \times B) = s(B \times A)$
- 5) $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
 $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
 $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

İyi bir başlangıç, yarı yarıya başan demektir.
(Andre Gide)

1.



ACEMİ

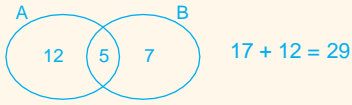
1. $s(A - B) = 12$

$$s(B - A) = 7$$

$$s(A \cup B) = 24$$

olduğuna göre, $s(A) + s(B)$ toplamı kaçtır?

- A) 25 B) 29 C) 32 D) 35 E) 37



2. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin alt kümelerinden kaç tanesinde 2 bulunur, 5 bulunmaz?

- A) 64 B) 32 C) 16 D) 8 E) 4

$2 \checkmark$ $\{1, 3, 4, 6\} \Rightarrow 2^4 = 16$
 $5 \times$

3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin alt kümelerinden kaç tanesinde 3 ve 6 birlikte bulunur?

- A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 30

$3 \checkmark$ $\{1, 2, 4, 5\} \Rightarrow 2^4 = 16$
 $6 \checkmark$

4. Aşağıdaki çokluklardan hangisi küme belirtmez?

- A) Sınıfta cep telefonu olan öğrenciler
B) Okulun en zeki üç öğrencisi
C) Okuldaki İngilizce bilen öğretmenler
D) Sınıfta boyu 150 cm den kısa olan öğrenciler
E) Okulun bahçesindeki ağaçlar

B) Hangi zeka türüne göre?

5. $A = \{a, b, c, \{a, b\}, \{c\}\}$

kümesinin kaç alt kümesinde a elemanı bulunur?

- A) 8 B) 16 C) 24 D) 32 E) 36

$a \checkmark$
 $\{b, c, \{a, b\}, \{c\}\} \Rightarrow 2^4 = 16$

6. $s(A) = 6, s(B \cap C) = 4$ olduğuna göre,

$s[(A \times B) \cap (A \times C)]$ kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 18 D) 22 E) 24

$s[A \times (B \cap C)] = 6 \cdot 4 = 24$

7. $A = \{1, 2, \{2, 3\}, \emptyset\}$ kümesi verildiğine göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\{2, 3\} \in A$ B) $\{1, 2\} \subseteq A$
C) $\{\emptyset\} \subseteq A$ D) $\{1, 2, 3\} \subseteq A$
E) $1 \in A$

$3 \notin A$ olduğundan D yanlıştır.

8. $s(A) = 6$ ve $s(B \cup C) = 10$ dur.

Buna göre, $s[(A \times B) \cup (A \times C)]$ değeri kaçtır?

- A) 16 B) 30 C) 36 D) 48 E) 60

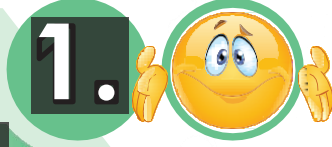
$s[A \times (B \cup C)] = 6 \cdot 10 = 60$

ACEMİ



Yapmakta ısrar ettiğimiz şey giderek kolaylaşır. İşin doğası değiştiğinden değil, bizim yapma yeteneğimiz geliştiğinden.
(Ralph Waldo Emerson)

AMATÖR



1. $A = \{a, b, c, d, e, f\}$
kümesinin alt kümelerinden kaç tanesinde a veya b bulunur?

A) 16 B) 32 C) 48 D) 64 E) 72

$$2^5 + 2^5 - 2^4 = 48$$

2. n elemanlı bir kümenin alt küme sayısı x dir.

Buna göre, n + 3 elemanlı bir kümenin alt küme sayısı kaçtır?

A) x + 3 B) x + 8 C) 3x D) 8x E) 16x

$$2^n = x \quad 2^{n+3} = 2^n \cdot 8 = 8x$$

3. $A = \{1, 2\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümelere veriliyor.

Buna göre, $A \subseteq K \subseteq B$ olacak şekilde A ve B den farklı kaç K kümesi yazılabilir?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 14 E) 16

$$\{3, 4, 5, 6\} \Rightarrow 2^4 - 2 = 14$$

4. A ve B iki küme olsun.

$$s(A \cup B) = 7s(A \cap B)$$

$$s(B) = 2s(A) \text{ ve } s(A) = 16$$

olduğuna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

$$48 - x = 7x$$

$$x = 6$$

5. Bir sınıftaki öğrencilerin %20 si gözlüklü kız öğrenci, %55 i erkek öğrencidir.

Sınıfta gözlüksüz kızların sayısı 20 olduğuna göre, gözlüklü kızların sayısı kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 20 E) 25

$$25x = 20 \Rightarrow 20x = 16 \text{ olur.}$$

6. Bir sınıftaki öğrencilerin %60 ı matematik, %70 i fizik, %40 ı her iki dersten başarılıdır.

Bu sınıftaki öğrencilerin 5 i, her iki dersten de başarısız olduğuna göre, sınıfta kaç öğrenci vardır?

A) 48 B) 50 C) 52 D) 58 E) 60

$$10x = 5 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$100x = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50$$

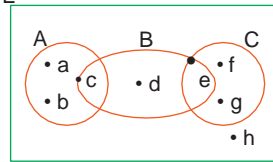
7. $s(A) = 24$, $s(A \cap B) = 18$ olduğuna göre, $A \cap B'$ kümesinin eleman sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

$$A \cap B' = A - B \text{ olduğundan}$$

$$24 - 18 = 6 \text{ dir.}$$

8. A, B ve C kümeleri şekildeki gibi E evrensel kümesinin alt kümesidir.



Buna göre $\{c, e\}$ kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $B - (A \cup B)$ B) $B - (A' \cap C')$
C) $(C - B) \cup (A - C)$ D) $(A \cup B) - B'$
E) $(B - A) \cup (B - C)$

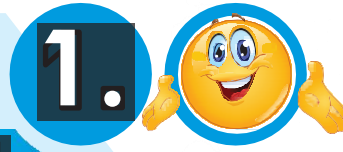
$$(A \cap B) \cup (B \cap C) = B \cap (A \cup C) = B - (A' \cap C')$$

AMATÖR



Çalışmaktan; bir cezadan, bir sıkıntıdan kaçır gibi kaçınmak, çökkötü bir harekettir. Çalışmak; ilk sıkıntılara veisteksizliklere üstün gelindikten sonra, şiddetli bir zevktir. Çalışmayı cezasaymak, onun güzelliğini veiyiliklerini tanımamak, tabiata karşı haksızlık olur. (Mustafa Kemal Atatürk)

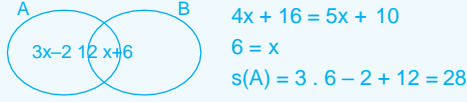
UZMAN



1. A ve B kümeleri için;

$$s(A) = 3x + 10, s(B) = x + 18, s(A \cap B) = 12 \text{ ve} \\ s(A \cup B) = 5x + 10 \text{ olduğuna göre } s(A) \text{ kaçtır?}$$

- A) 24 B) 26 C) 28 D) 30 E) 32



2. $A = \{x: 1 < x \leq 250, x \in \mathbb{Z}\}$

kümesinin elemanlarından kaç tanesi 6 veya 8 ile tam bölünür?

- A) 60 B) 61 C) 62 D) 63 E) 64

$$\{6, 12, \dots, 246\} \rightarrow 41 \\ \{8, 16, \dots, 248\} \rightarrow 31 \\ \{24, 48, \dots, 240\} \rightarrow 10 \quad 41 + 31 - 10 = 62$$

3. 54 kişinin bulunduğu bir grupta erkeklerin sayısı bayanların sayısından 10 fazladır. Ayrıca gözlüksüz erkeklerin sayısı, gözlüklü bayanların sayısının iki katıdır.

Bu grupta gözlüklü erkek sayısı 12 olduğuna göre, gözlüksüz bayan sayısı kaçtır?

- A) 15 B) 14 C) 13 D) 12 E) 10

	E	B
Gözlüklü	12	x
Gözlüksüz	2x	x + 2
	2x + 12	2x + 2

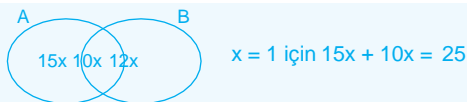
$$4x + 14 = 54 \Rightarrow x = 10 \\ x + 2 = 10 + 2 = 12$$

4. A ve B boş olmayan iki küme olmak üzere

$$4 \cdot s(A - B) = 6 \cdot s(A \cap B) = 5 \cdot s(B - A)$$

olduğuna göre, A kümesinin eleman sayısı en az kaçtır?

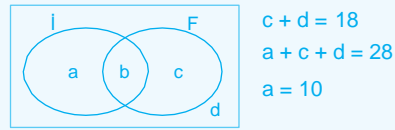
- A) 12 B) 15 C) 25 D) 27 E) 37



5. İngilizce bilenlerin kümesi İ, Fransızca bilenlerin kümesi F olmak üzere, $s(I) = 18, s[(I \cap F)'] = 28$ dir.

Buna göre, sadece İngilizce bilen öğrencilerin sayısı kaçtır?

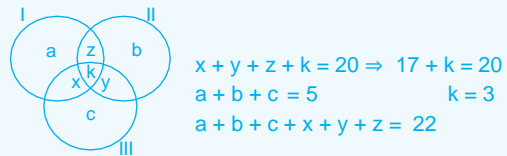
- A) 8 B) 10 C) 12 D) 16 E) 18



6. Üç yabancı dilden en az birinin konuşulduğu bir toplulukta, 20 kişi en az iki yabancı dil, 5 kişi en çok bir yabancı dil, 22 kişi en çok iki yabancı dil konuşmaktadır.

Her üç yabancı dili de konuşabilen kaç kişi vardır?

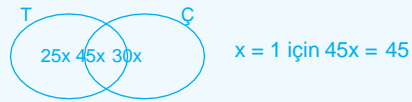
- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2



7. Bir kentte yapılan bir sayımda ailelerin % 70 inde televizyon, % 75 inde çamaşır makinesi bulunduğu saptanmıştır.

Ailelerin en az yüzde kaçında hem televizyon hem de çamaşır makinesi bulunabilir?

- A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50



8. $(A' \cup B) \cap [B' \cup (B - A)]$

ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A B) B C) \emptyset D) E E) A'

$$(A' \cup B) \cap [B' \cup (B - A)] \\ = (A' \cup B) \cap [(B' \cup B) \cap (B' \cup A')] \\ = (A' \cup B) \cap (B' \cup A') = A' \cup (B \cap B') = A' \cup \emptyset = A'$$

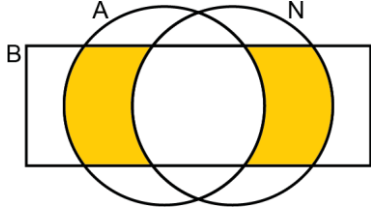
UZMAN





1. Aşağıdaki Venn şemasında

- A harfi ile başlayan isimler kümesi A,
 - N harfi ile biten isimler kümesi N,
 - 5 harfli isimler kümesi B
- ile gösterilmiştir.



Buna göre,

$K = \{AÇELYA, AHMET, AYSUN, BEREN, KENAN, NERMİN\}$

kümesinin elemanlarından kaç tanesi şekildeki boyalı bölgeler ile gösterilen kümenin elemanıdır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2018 / TYT

2. A ve B kümelerinin eleman sayılarıyla ilgili

$$s(A - B) = s(B - A) = s(A + B)$$

$$s(A \cap B) = 24$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, A kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 9 B) 12 C) 15 D) 16 E) 18

2017 / YGS

3. A kümesi, $\{1,2,3,4,5,6,7\}$ kümesinin bir alt kümesi olmak üzere,

$$A \cap \{5, 6, 7\}$$

kümesinin elemanları tek sayılardır.

Buna göre, bu koşulu sağlayan üç elemanlı kaç tane A kümesi vardır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

2017 / LYS

4. A, B ve C kümeleri

$$A = \{(x, x) : x \in \mathbb{Q}\}$$

$$B = \{(x, 3 - x) : x \in \mathbb{Q}\}$$

$$C = \{(x, x + 4) : x \in \mathbb{Q}\}$$

şeklinde tanımlanıyor.

$(p, q) \in A \cap B$ ve $(r, s) \in B \cap C$ olduğuna göre,

$$\frac{p-r}{q+s}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

2017 / LYS

5. $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

kümesinin 2 elemanlı tüm alt kümeleri yazılıyor. Bu alt kümelerin her birinin elemanları toplamı ayrı ayrı hesaplanıyor ve bu sayılarla B kümesi oluşturuluyor.

Buna göre, B kümesinin eleman sayısı kaçtır?

- A) 9 B) 11 C) 13 D) 15 E) 17

2016 / YGS

6. $A = \{n(-1)^n : n = 1, 2, 3, \dots, k\}$

kümesinin en büyük elemanı ile en küçük elemanı arasındaki fark 25 tir.

Buna göre, A kümesinin pozitif elemanlarının sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

2016 / LYS

7. N doğal sayılar kümesi olmak üzere,

$$C = \{2n : n \in \mathbb{N}\}$$

$$K = \{n^2 : n \in \mathbb{N}\}$$

kümeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi

$$(K \setminus C) \cap (N \setminus K)$$

kartezyen çarpım kümesinin bir elemanıdır?

- A) (3, 2) B) (9, 4) C) (15, 1)
D) (16, 12) E) (25, 8)

2016 / LYS